

INFO-F310 - ALGORITHMIQUE ET RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

Bernard Fortz
bfortz@ulb.ac.be

Guillaume Duvillé
gduvilli@ulb.ac.be

Fränk Plein
fplein@ulb.ac.be

Han Solo réfléchit à la manière de remplir son Faucon Millenium, vaisseau spatial extrêmement rapide. Lui et son fidèle et pileux compagnon Chewbacca se sont vu offrir plusieurs cargaisons à transporter de Tatooine jusqu'à Coruscant, capitale de l'Empire.

La première cargaison est une série de pièces détachées de seconde main pour vaisseau spatial. Cette cargaison, à destination d'un ferrailleur, comprend aussi bien des pièces parfaitement fonctionnelles que des pièces endommagées : le ferrailleur n'est pas très regardant. Han profite d'ailleurs de ce type de cargaison pour entretenir son vaisseau. Chaque pièce de son vaisseau tombant en panne pendant le voyage est remplacée par une pièce de la cargaison. En moyenne, ce sont dix pièces qui doivent être remplacées pour chaque parsec parcouru et la distance séparant Tatooine de Coruscant est de douze parsecs. Chaque pièce pèse en moyenne 4 kilos et occupe un volume de $0,01m^3$. Pour ce trajet, 7500 pièces sont disponibles.

Han a également la possibilité de convoier une partie de la récolte de Owen Skywalker, un producteur local d'épices très en vogue dans les milieux huppés de Coruscant. Chaque kilo d'épices occupe $0,001m^3$. La quantité d'épices à transporter est telle qu'une dizaine de convois avec le Faucon Millenium ne suffirait pas à tout acheminer.

Enfin Jabba le Hut, chef criminel de son état, souhaiterait que Han achemine pour lui quelques caisses d'objets de contrebande. Il aimerait honorer, tout du moins en partie, deux contrats passés avec des bandes rivales de la capitale galactique. En premier lieu, il souhaite acheminer cent caisses de bâtons de la mort. Chaque caisse pèse 10 kilos et occupe un volume de $0,1m^3$. À côté de cela, ce sont cinquante caisses d'armes en tout genre qui attendent d'être acheminées à bon port. Chaque caisse pèse 50 kilos et a un volume de $0,3m^3$.

Du côté de la logistique, le Faucon Millenium dispose de deux cales de $100m^3$ chacune (portant la capacité du vaisseau à $200m^3$ au total). Chaque cale est équipée d'un sas spécial de $5m^3$ qui peut être vidé discrètement dans l'espace en cas de contrôle (somme toute très peu probable) par les douanes impériales. Ces sas peuvent être utilisés pour le transport de n'importe quel type de marchandises, mais il va de soi que toute la cargaison de contrebande doit y être stockée.

Pour l'équilibrage du vaisseau, il est important que le poids total placé dans chaque cale (en ce compris les sas secrets) soit identique.

Enfin, afin de s'assurer que le Faucon Millenium puisse réaliser des manœuvres de fuite en cas d'attaque, le poids total du chargement ne peut excéder 80 tonnes.

Chaque pièce transportée rapporte à Han en moyenne 10 crédits républicains. Le transport d'un kilo d'épices lui rapportera 2 crédits et Jabba paye 50 crédits par caisse de bâtons de la mort et 120 pour chaque caisse d'armes.

Pour maximiser ces gains, Chewbacca modélise le problème sous forme du programme linéaire (I)¹.

Il introduit les variables suivantes :

$\forall i \in \{1, 2\}$, a_i^s représente le nombre de caisses d'armes convoyées dans le sas i ,

$\forall i \in \{1, 2\}$, b_i^s représente le nombre de caisses de bâtons de la mort convoyées dans le sas i ,

$\forall i \in \{1, 2\}$, e_i^s représente le nombre de kilos d'épices convoyés dans le sas i ,

$\forall i \in \{1, 2\}$, e_i^c représente le nombre de kilos d'épices convoyé dans la cale i (en dehors du sas).

$\forall i \in \{1, 2\}$, p_i^s représente le nombre de pièces détachées convoyées dans le sas i ,

$\forall i \in \{1, 2\}$, p_i^c représente le nombre de pièces détachées convoyé dans la cale i (en dehors du sas).

1. Oui, les wookies sont d'excellents ingénieurs =D.

1. Expliciter le sens de chaque contrainte.
2. Identifier les trois contraintes superflues et expliquer pourquoi.
3. Modéliser et résoudre ce PL à l'aide de GLPK.

Formulation I Chargement du Faucon Millenium

$$\max \quad \sum_{i \in \{1,2\}} \left(\sum_{j \in \{s,c\}} (10p_i^j + 2e_i^j) + 50b_i^s + 120a_i^s \right) - 1200 \quad (\text{I.1})$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i \in \{1,2\}} \left(50a_i^s + 10b_i^s + \sum_{j \in \{s,c\}} (4p_i^j + e_i^j) \right) \leq 80000 \quad (\text{I.2})$$

$$\sum_{i \in \{1,2\}} \sum_{j \in \{s,c\}} p_i^j \geq 120 \quad (\text{I.3})$$

$$\sum_{i \in \{1,2\}} \sum_{j \in \{s,c\}} p_i^j \leq 7500 \quad (\text{I.4})$$

$$\sum_{i \in \{1,2\}} a_i^s \leq 50 \quad (\text{I.5})$$

$$\sum_{i \in \{1,2\}} b_i^s \leq 100 \quad (\text{I.6})$$

$$0,3a_i^s + 0,1b_i^s + 0,001e_i^s + 0,01p_i^s \leq 5 \quad \forall i \in \{1,2\} \quad (\text{I.7})$$

$$0,001e_i^c + 0,01p_i^c \leq 95 \quad \forall i \in \{1,2\} \quad (\text{I.8})$$

$$50(a_1^s - a_2^s) + 10(b_1^s - b_2^s) + \sum_{j \in \{s,c\}} (e_1^j - e_2^j + 4(p_1^j - p_2^j)) = 0 \quad (\text{I.9})$$

$$a_i^s \geq 0 \quad \forall i \in \{1,2\} \quad (\text{I.10})$$

$$b_i^s \geq 0 \quad \forall i \in \{1,2\} \quad (\text{I.11})$$

$$e_i^j \geq 0 \quad \forall i \in \{1,2\}, \forall j \in \{s,c\} \quad (\text{I.12})$$

$$p_i^j \geq 0 \quad \forall i \in \{1,2\}, \forall j \in \{s,c\} \quad (\text{I.13})$$
